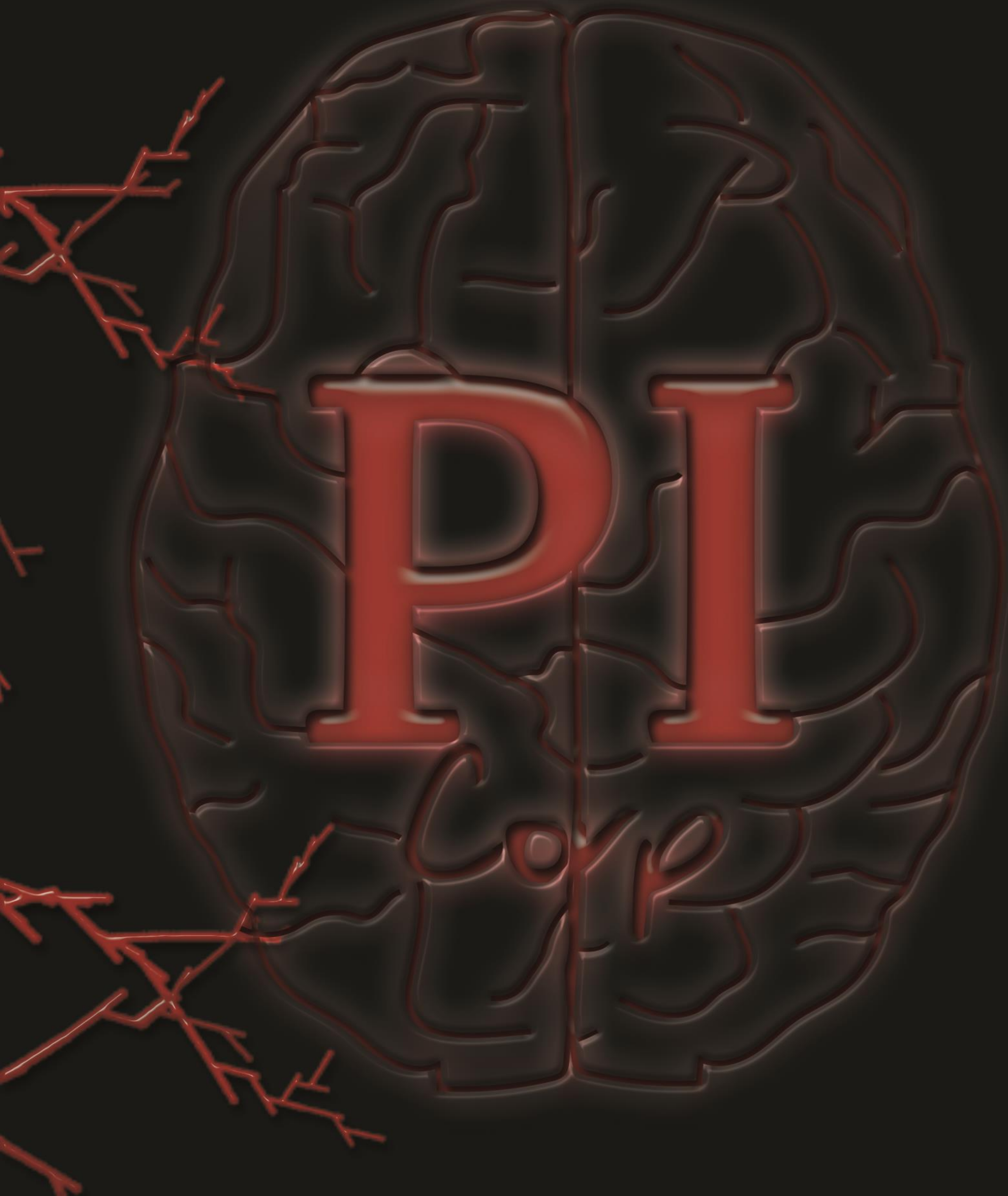
TALLERES



ISBN: 978-9962-8979-9-6

ENFOQUE MITOLÓGICO EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DE LA IDENTIDAD CULTURAL ECUATORIANA EN LAS INSTITUCIONES DE EDUCACIÓN MUNICIAL DEL DISTRITO DE QUITO

Mario Edmundo Cueva Almeida
Margarita Kóstikova
Universidad Tecnológica Equinoccial
Pontificia Universidad Católica
Ecuador

RESUMEN

El siguiente trabajo intenta aproximar al lector a una reflexión sobre la enseñanza de los productos notables y las progresiones aritméticas a partir de un relato que vincula el concepto de número según Pitágoras[1] con una nueva metodología de enseñanza-aprendizaje. Esta consiste en la comprensión de los arquetipos mitológicos (enfoque mitológico) como elementos esenciales de la cultura, es así, Rollo May propone cuatro funciones básicas del mito: 1) Confiere sentido de la identidad personal al responder a la pregunta ¿Quién soy?, 2) hace posible nuestro sentido de la comunidad, al vincularnos con aquellos con quien lo compartimos; 3) afianza nuestros valores morales, lo cual es fundamental en una época como la nuestra, secuestrada por el cinismo y la hipocresía, y 4) constituye una forma de enfrentarnos al inescrutable misterio de la creación. Con este fin, podemos usar libremente mitos, cuentos e historias en la enseñanza de la matemática, logrando así una comprensión profunda de los conceptos científicos, así como una reflexión sobre los aspectos más trascendentales que aquejan al ser humano.

[1] El número es el principio universal de todas cosas.

En el primer relato propuesto, Apolo convierte las orejas del rey Midas en orejas de burro, al no dar respuesta a la multiplicación 24 por 16. De este incidente parte Pitágoras para explicar a sus discípulos lo fácil que resulta multiplicar usando las mónadas. En el segundo relato propuesto, Eos utiliza el método pitagórico para calcular el número de toros que sacrificará a Zeus, si el primer día sacrifica un toro, el segundo día dos toros, el tercer día tres y así sucesivamente hasta llegar al día 29. De esta manera, junto a Pitágoras se descubre el producto notable "la suma por la diferencia de dos cantidades" y los números triangulares "progresiones aritméticas".

1. CONTENIDO

El siguiente trabajo es una propuesta metodológica para la enseñanza de los productos notables y progresiones aritméticas que busca que el aprendizaje de esta área del conocimiento sea agradable y significativo[2]. Al igual que en una clase, este trabajo tiene tres momentos: en el momento inicial, se presenta una situación de aprendizaje basada y recreada en la historia de este conocimiento; el segundo momento, corresponde al desarrollo de la parte técnica brotada de la situación de aprendizaje; y por último, se hace el cierre de la situación de aprendizaje, con la reflexión sobre lo expuesto.

Uno de los retos más grandes que enfrentan los educadores, es el de Enseñar Matemática. Es conocido que en todos los niveles académicos desde la escuela, pasando por el colegio y llegando a la Universidad, el fracaso estudiantil se concentra en el área que abarca la matemática: Aritmética, Álgebra, Lógica, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Matrices, Tensores, Transformadas, Métodos Numéricos, etc. Son las materias que por excelencia han atormentado a generaciones y generaciones de estudiantes.

¿Cuál será la solución? ¿Más dedicación de los alumnos? ¿Mejor dominio de la matemática por parte del profesor? ¿O es que acaso la matemática simplemente es "difícil"? Son preguntas que circulan en todo ambiente educativo y aquí se intenta abrir una

[2] David Ausubel.

ISBN: 978-9962-8979-9-6

reflexión desde esas interrogantes generales y responder de manera muy puntual dentro de una experiencia de clase. Es necesario entonces vincular recursos de narrativa histórica para reproducir y recrear situaciones originales en las aulas de nuestros alumnos. Consideramos que estas asignaturas no deben ser “enseñadas” ni mucho menos impuestas, en lugar de ello, proponemos que el docente propicie que los conocimientos “broten” de la situación, tal como ha ocurrido a través de los siglos, desde los indios y árabes como Al-Joarizmi, europeos como Tartaglia, Descartes, Gauss, Riemman, y tantos otros.

En vista de que se trata de una propuesta metodológica para la enseñanza de los productos notables y progresiones aritméticas en base a la concepción numérica de Pitágoras, los tres momentos se han identificado con tres tipografías. En la situación de enganche y cierre, se utiliza el Times New Roman; en el desarrollo, Geometr 231 BT y en lo correspondiente a la parte técnica (números, conectores, símbolos, etc.), Technical. Con esto, queda identificado claramente lenguaje y metalenguaje.

1.1.EJEMPLO PARA PRODUCTOS NOTABLES

Las orejas de burro del rey Midas

Pitágoras descubre el producto de la suma por la diferencia:

$(m + n)(m - n) = m^2 - n^2$.

El rey Midas de Macedonia era amigo de los placeres. Él plantó el primer jardín de rosas en el mundo, y se pasaba los días enteros celebrando banquetes y escuchando música. Una vez el banquete duró dieciséis días y dieciséis noches seguidas. Fue entonces que Apolo le dijo:

—¿No te parece que estás exagerando con los placeres? ¡Dieciséis días no duran los banquetes ni en el Olimpo!

—Solo agasajé a mis invitados, —replicó Midas.— ¿Qué hay de malo en ello?

—Nada, —dijo Apolo,— si me puedes decir cuántas horas has estado celebrando.

—Es muy fácil, —contestó Midas.— Los dieciséis días contienen...

Pero como no era muy amigo de los números, por más que se esforzó, no pudo decir cuántas horas exactamente.

—Eres un burro, —le dijo Apolo. Le tocó las orejas que de pronto crecieron, volviéndose largas y peludas como las de un burro.

Midas se sonrojó y se las cubrió con un alto gorro frigio. Pero su barbero tuvo que enterarse, porque los frigios se cortaban el pelo muy corto. Midas le amenazó:

—¡No hables del asunto! Te mataré si lo cuentas a alguien.

El barbero se contuvo durante algún tiempo; pero un día exclamó:

—¡No puedo más! ¡Estoy que reviento con el secreto!

Corrió a la orilla del río Pactolo y cavó un hoyo en la arena. Miró cuidadosamente alrededor, por temor que alguien estuviera escuchando, y dijo en voz baja, con la cabeza en el agujero:

—¡El rey Midas tiene orejas de burro!

Volvió a tapar el agujero para que el secreto quedara enterrado, y se marchó de allí aliviado. Pero un junco brotó del agujero, y en voz baja dijo a los demás juncos:

—¡El rey Midas tiene orejas de burro!

Pronto los pájaros se enteraron de la noticia, y se la llevaron a un hombre llamado Melampo que entendía su idioma. Melampo se lo contó a sus amigos, y Midas, al salir de su carro un día, oyó que todo su pueblo gritaba a coro:

—¡Quítate el gorro, rey Midas! ¡Queremos verte las orejas!

ISBN: 978-9962-8979-9-6

Midas le cortó la cabeza al barbero, y luego, como sentía mucha vergüenza, se mató.

Varios siglos más tarde, Pitágoras se enteró del incidente e, indignado, se llevó las manos a la cabeza:

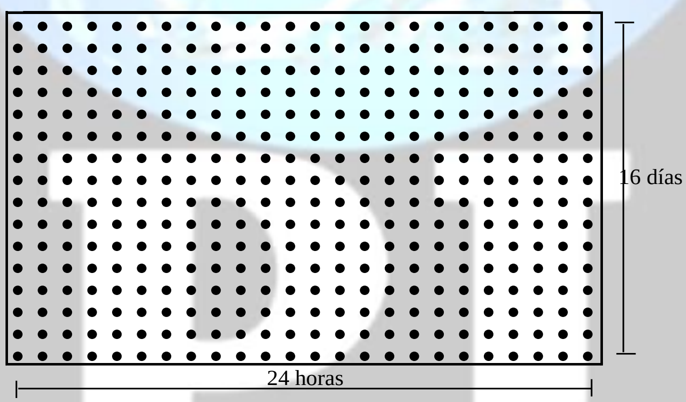
—¿Cómo es posible que Midas no haya podido multiplicar veinticuatro por dieciséis?

En este momento Pitágoras se dispone a dibujar algo en el suelo para realizar la multiplicación. ¿Le ayudas?

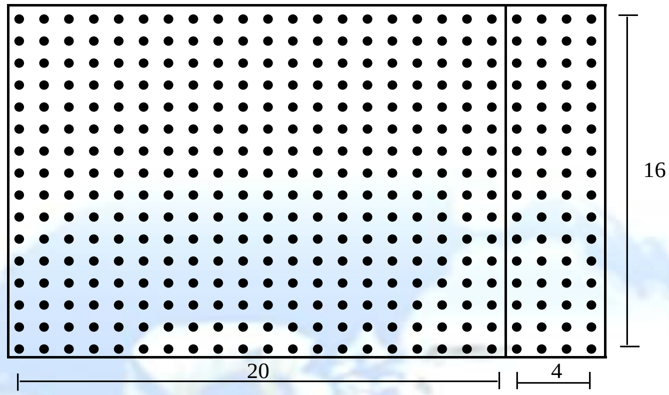
Lo que Pitágoras quiere hacer es multiplicar veinte y cuatro por dieciséis:

$24 \times 16 = ?$

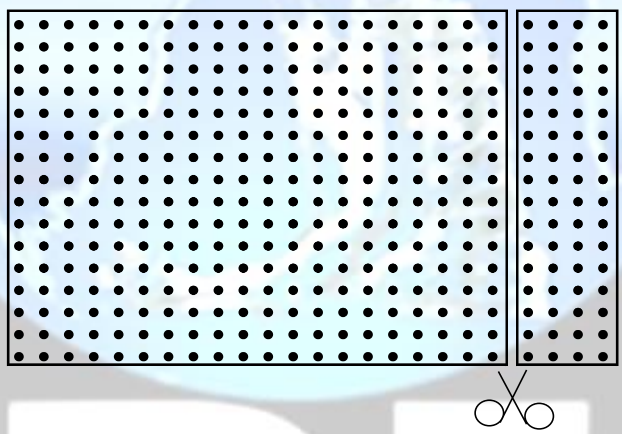
Para saber cuántas horas festejó Midas, debes multiplicar las veinte y cuatro horas que tiene el día por los dieciséis días que duró el banquete. Este es el dibujo que Pitágoras traza en el suelo con su bastón:



Para enterarte cuántas horas festejó Midas, puedes contar las mónadas. Sin embargo, contar aburre a Pitágoras, y él decide hacer otra cosa. ¿Quieres saber cuál? Traza una línea, así:

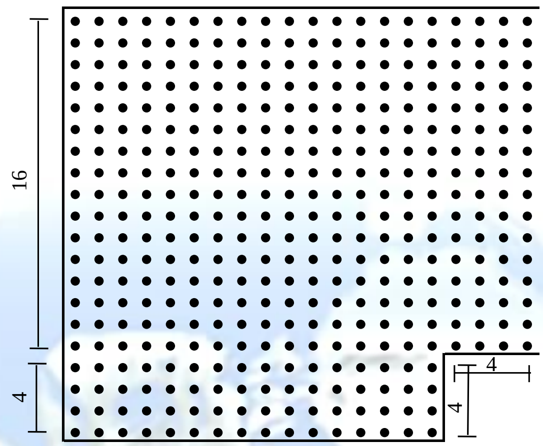


¡Haz lo mismo en una hoja de papel! Ahora corta la figura siguiendo la línea. Obtendrás lo siguiente:



Ubica el rectángulo pequeño debajo del grande, de este modo:

ISBN: 978-9962-8979-9-6



Como te das cuenta, se acaba de formar un cuadrado de veinte mónadas por veinte. Pero este cuadrado no está completo, está quitado un cuadrado de cuatro mónadas por cuatro. Entonces, el número total de mónadas lo puedes calcular así:

$20 \times 20 - 4 \times 4 = 400 - 16 = 384$.

Comprueba tu resultado en el sistema de numeración actual:

24

16

144

24

384.

¡Fácil!, ¿verdad? Ya lo sabes: ¡Midas estuvo celebrando con sus amigos durante 384 horas!

A la identidad que acabas de descubrir la puedes llamar producto de la suma por la diferencia. Así la llamó Pitágoras, quien vivió entre los años 585 – 500 a.C. El fundó la escuela de Crotona, la cual alcanzó gran preponderancia en el mundo antiguo. La idea fundamental de la filosofía pitagórica es que solo el número y la forma nos permiten entender la naturaleza del universo. Pitágoras hizo del número el principio universal por excelencia, incluso pensó que tenía ciertos atributos humanos. Uno significaba la razón, a causa de ser invariable; dos la opinión; cuatro, la justicia, por ser el primer cuadrado perfecto, el producto de iguales; cinco, el matrimonio, por ser la unión del primer número femenino (2) y el primer número masculino (3). Los números pares eran considerados como solubles y por consiguiente efímeros, femeninos, pertenecientes a la tierra; los números impares eran insolubles, masculinos, copartícipes de la naturaleza celeste. El uno no era considerado como número, sino más bien como el origen de todos los números, la mónada; el diez era el número sagrado, pues es la suma de los cuatro primeros números.

Igual que tú, Pitágoras descubrió el producto de la suma por la diferencia y lo generalizó a cualquier par de números m y n:

$(m + n)(m - n) = m^2 - n^2$.

¡Mira!

—El banquete duró trescientas ochenta y cuatro horas, —dijo Pitágoras.— Lo que parecía ser un producto, en realidad ha sido una diferencia de cuadrados. Midas tenía miedo a los números, pero son bondadosos con el sabio.

Ahora que conoces el método pitagórico, puedes ayudar a los héroes de la mitología griega a resolver sus problemas. ¿Estás listo para la aventura?

PARA LA REFLEXIÓN

ISBN: 978-9962-8979-9-6

- ¿Crees que se ha manteniendo que el número es el principio universal de todas las cosas? ¿Qué piensas al respecto?
- El método aplicado para resolver el producto notable, ¿afirma la idea de Pitágoras sobre La concepción?
- ¿Alguna vez te has sentido como el rey Midas?
- ¿Quiénes castigan o aprueban nuestros actos?

1.2.EJEMPLO PARA PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Por qué se ruboriza la aurora

Conoce los números triangulares:

$$1+2+3+4+...+n=\frac{1}{2}n(n+1)$$

Cuando termina la noche, Eos se levanta de su lecho justo antes que el Sol. Monta en un carro de color rosado, y se dirige a comunicar a los Olímpicos que su hermano Helio está en camino. Cuando aparece Helio, lo acompaña en su viaje, hasta que anuncia su llegada a las costas occidentales del océano.

Un día Afrodita, la Diosa del amor, encontró a Ares, el Dios guerrero, en el lecho de Eos, y se enojó mucho.

—¡Te maldigo por esta indiscreción! —gritó a Eos.— De hoy en adelante padecerás el deseo constante de los mortales jóvenes.

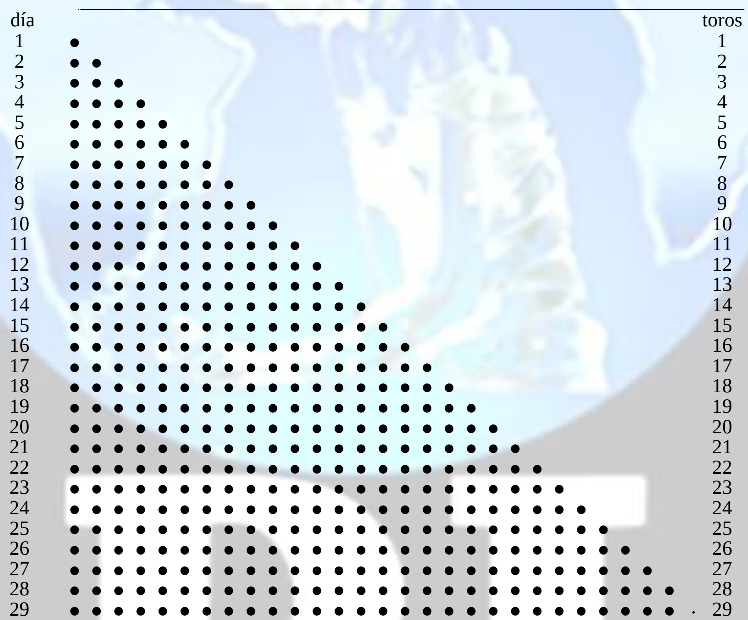
Eos inmediatamente empezó a enamorarse y a seducir a los hombres, uno tras otro, secreta y vergonzosamente. Primero fue Orión; el siguiente Céfalo, y luego Clito. Un día Eos sintió que no puede soportar más este castigo, y decidió hacer un sacrificio a Zeus para que la liberara de la maldición. El primer día sacrificó un toro; el segundo día, dos toros; el tercer día, tres toros.

—Seguiré sacrificando un toro más cada día, durante veintinueve días, —decidió.— ¡Estoy segura que a Zeus le gustará mi constancia!

¿Cuántos toros en total sacrificará Eos al Padre de los Olímpicos? ¿Le ayudas a averiguarlo?

Lo que debes hacer es sumar: por el primer día, un toro; por el segundo día, dos toros; por el tercer día, tres toros, y así sucesivamente, hasta llegar al día veintinueve:

$1+2+3+4+...+29=?$



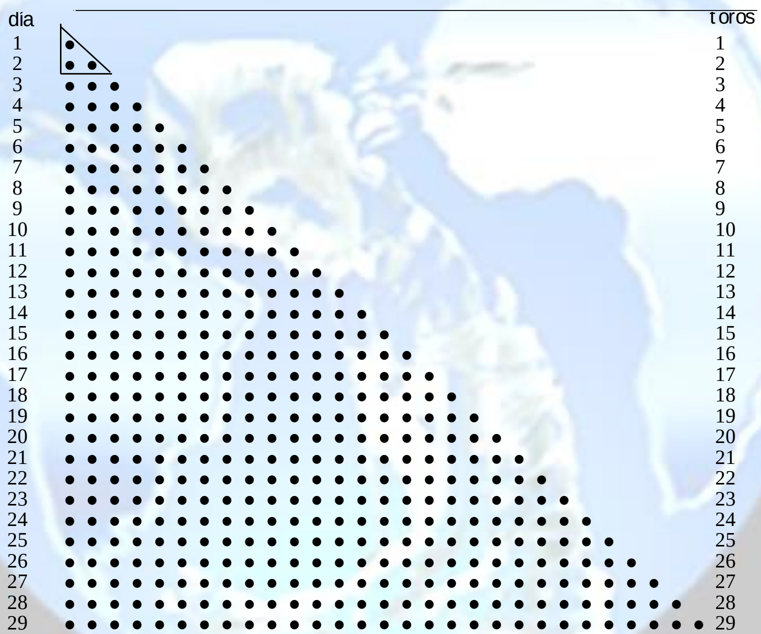
¿Crees que puedes representar esta suma con mónadas? ¡Claro que sí! Hazlo:

El triángulo que se acaba de formar, contiene a todos los toros que sacrificará Eos. Desde la parte superior del triángulo, la primera mónada corresponde al toro que sacrificará Eos el primer día; las dos mónadas de la segunda fila corresponden a los dos toros del segundo día; las tres mónadas de la tercera fila corresponden a los tres toros del tercer día; y así sucesivamente hasta llegar a la última fila del triángulo, donde están veintinueve mónadas que corresponden a los veintinueve toros del último día. Para averiguar cuántos toros

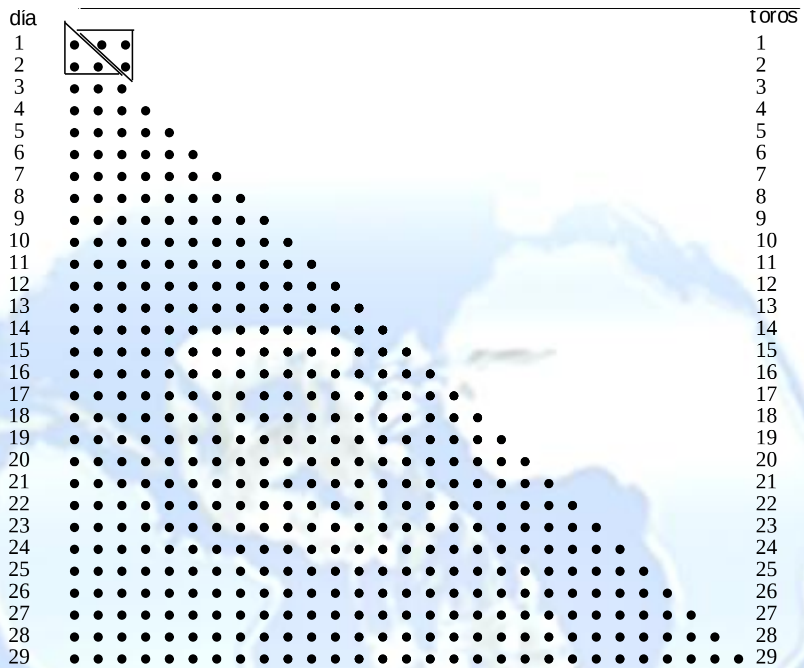
ISBN: 978-9962-8979-9-6

sacrificará Eos, puedes contar las mónadas; pero ¿no te parece aburrido? ¡Piensa en algo más creativo!

Observa la figura que se forma con los toros de los dos primeros días. ¿Qué es? Correcto: ¡un triángulo!



¿Se te ocurre alguna forma de calcular sus mónadas? Dibuja otro triángulo igual, de modo que se forme un rectángulo, así:

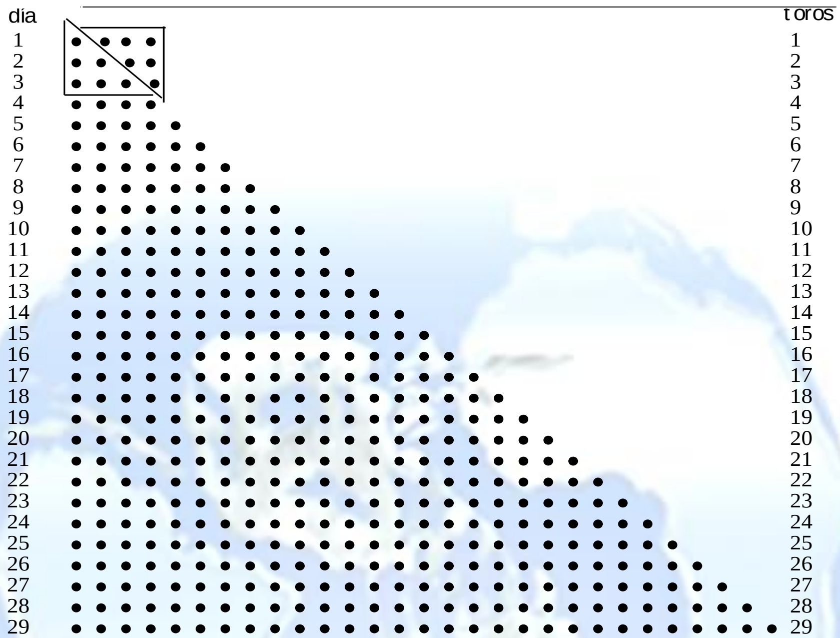


Los toros que se sacrificarán son: uno en el primer día, más dos en el segundo día, que suman tres. Este resultado corresponde a la mitad del rectángulo de tres mónadas de base por dos de alto. Lo puedes registrar de la siguiente manera:

$$1+2=\tfrac{1}{2}\times(3\times 2)$$

Procede de la misma manera con los toros que corresponden a los tres primeros días. Completa el rectángulo, calcula su área, y divídela para dos:

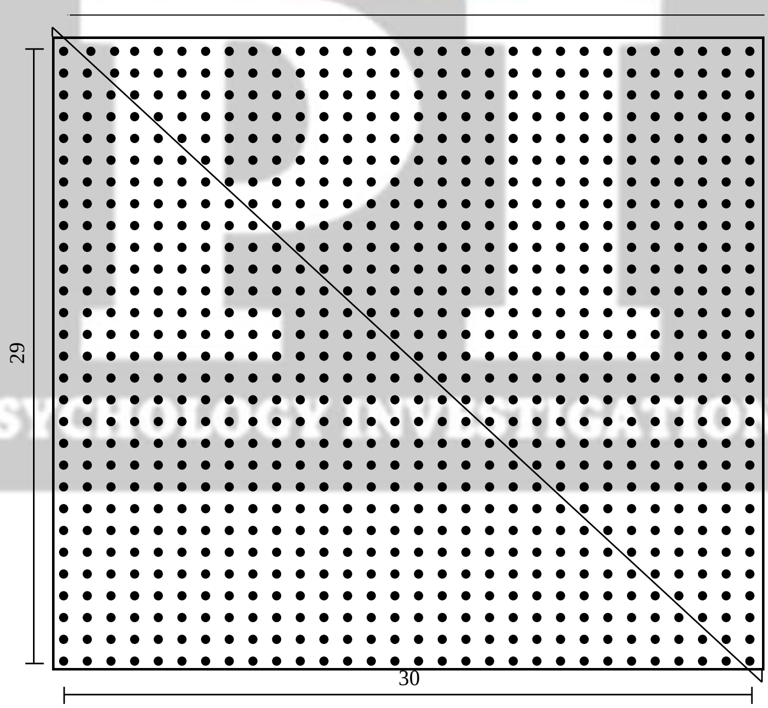
ISBN: 978-9962-8979-9-6



La cantidad de toros que Eos sacrificará en los tres primeros días, es la mitad del rectángulo de cuatro mónadas por tres. Regístralo:

$$1+2+3=\tfrac{1}{2}\times(4\times3)=6.$$

Repite este proceso hasta llegar a la última línea del triángulo,

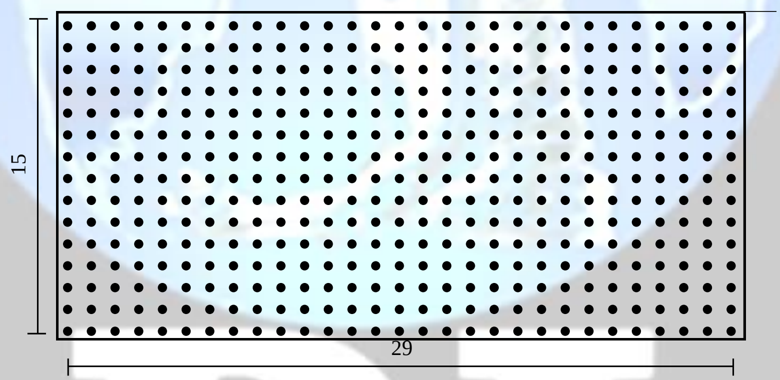


Se acaba de formar un rectángulo, cuya base es de treinta mónadas, y altura de veitinueve. Los toros que sacrificará Eos corresponden a la mitad de este rectángulo. Anota este resultado:

$$1+2+3+...+29=\frac{1}{2}\times(29\times30)=29\times15$$

Pero ¿cuánto es 29×15 ?

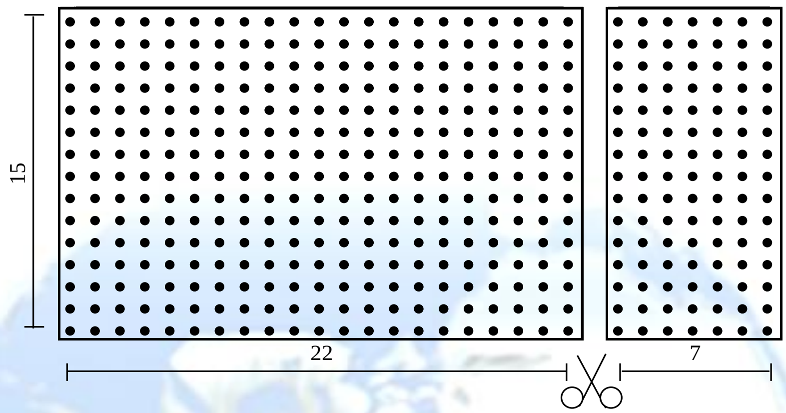
Para encontrar el número de toros que sacrificará Eos, necesitas multiplicar los números veintinueve y quince. Representa a esta operación con un rectángulo, así:



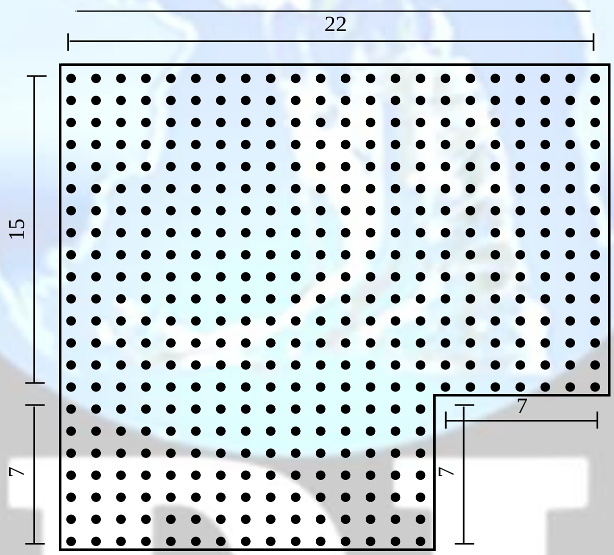
Para enterarte de cuántos toros se trata, puedes contar las mónadas del rectángulo. ¡Pero un pitagórico no haría eso! ¿Cómo crees que puedes proceder? ¡Forma un cuadrado! ¿Se te ocurre cómo hacerlo? Toma tu tiempo, intenta diferentes posibilidades.

Divide el rectángulo en dos: uno de base veintidós, y otro de base siete. Así:

ISBN: 978-9962-8979-9-6



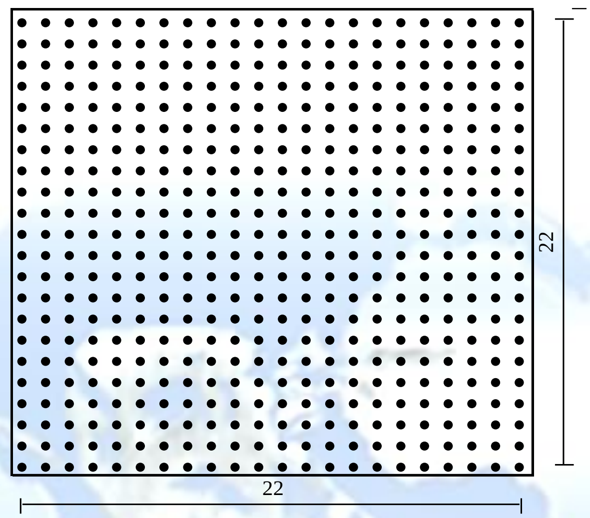
Ubica el segundo rectángulo debajo del primero:



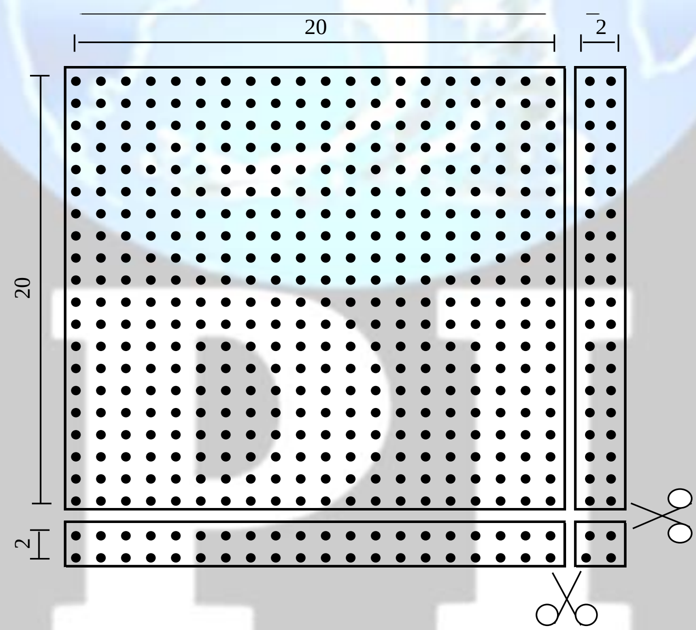
Como te das cuenta, se acaba de formar un cuadrado de veintidós mónadas por veintidós, restado un cuadrado de siete mónadas por siete. Entonces, el número total de mónadas lo puedes calcular así:

$$22 \times 22 - 7 \times 7 = ?$$

Sabes que 7 por 7 es 49, pero 22 × 22 = ? ¿Cómo calcularías este número? Representa la multiplicación de veintidós por veintidós como un cuadrado formado de mónadas, así:



¿Qué te parece si usas el conocimiento adquirido en la unidad siete? Es decir, representa el producto 22 × 22 como (20 + 2) × (20 + 2).



Como puedes ver, se han formado cuatro figuras: un cuadrado de veinte por veinte; otro cuadrado de dos por dos; y dos rectángulos de veinte por dos. Esto significa que la multiplicación de veintidós por veintidós la puedes escribir así:

$$\begin{aligned} 22\times 22 &= (20+2)\times(20+2) = 20\times 20 + 2\times(20+2)+4 \\ &= 400+80+4 = 484 \end{aligned}$$

ISBN: 978-9962-8979-9-6

Ahora resta de 484 mónadas las 49 que constituyen 7×7:

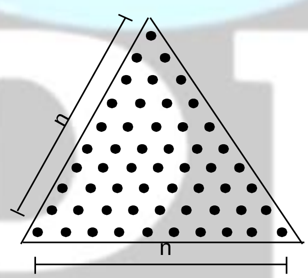
$$\begin{array}{r} 484 \\ 49 \\ \hline 435. \end{array}$$

Ya lo sabes: ¡Eos sacrificará a Zeus 435 toros!

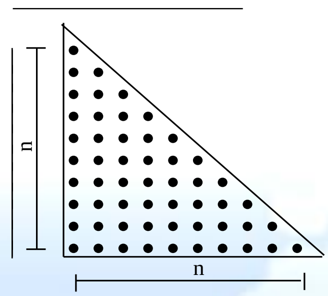
¿Qué te parece si generalizas la suma de los primeros n números? Pitágoras lo llama el n-ésimo número triangular:

$$T_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n.$$

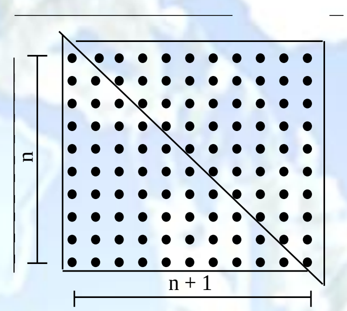
¿Cómo calcularías esta suma? Representa, dentro de un triángulo equilátero, el primer sumando con una mónada; el segundo sumando con dos mónadas; el tercer sumando con tres mónadas y, repite este proceso hasta completar la suma de los primeros n números. Así:



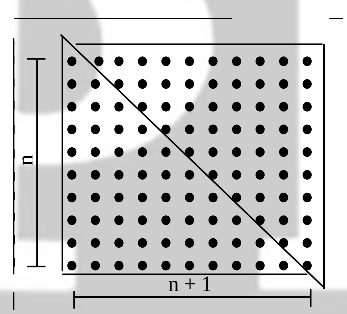
El triángulo que se acaba de formar, representa la suma de los primeros n números. ¿Qué harías para calcular la cantidad de mónadas en esta figura? Transfórmala en un triángulo rectángulo, tal y como lo hiciste con los toros:



Dibuja otro triángulo y forma con los dos un rectángulo, de la siguiente manera:



Como te das cuenta, el rectángulo que posee n(n +1) mónadas, dispone de doble de mónadas que el triángulo. Así que puedes calcular la suma de los primeros números, por más larga que ésta sea:



$T_n = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + n = \frac{1}{2} n(n+1)$

¡Mira!

Felicitaciones: ¡ya conoces los números triangulares!

ISBN: 978-9962-8979-9-6

—Sacrificaré a Zeus cuatrocientos treinta y cinco toros, —concluyó Eos su investigación.

Pero la hermana de Helio no realizó el sacrificio a Zeus, pues enseguida se enamoró de Ganímides y se ocupó en atenderle. “Lo haré mañana, —se decía a sí misma cada madrugada.— ¡Tengo mucho tiempo por delante!”

¡Oh, mujer coqueta! Has conseguido para ti a todos los amantes que quisiste, pasaste buenos ratos con ellos, después los has abandonado. ¿De qué te ha servido caer en esta trampa? ¡No te ha dejado más que añoranzas! En recuerdo de tus indiscreciones la aurora se ruboriza a diario. El atardecer de tu vida ya está llegando, y tú te sigues repitiendo: mañana, mañana... ¡No puedes conseguir tu felicidad mañana! Solo puedes hacerlo en este preciso instante. ¡Deja de perseguir a los mortales jóvenes! ¡Realiza tu Amor Eterno!

PARA LA REFLEXIÓN

- ¿Crees que al igual que Eos, los jóvenes se enamoran constantemente?
- ¿Has tenido el deseo de hacer algún sacrificio?¿Por qué?
- ¿Cuántas veces no has cumplido con tu palabra?¿Por qué?
- ¿Cómo es el amor eterno?
- ¿En qué ocasiones has dejado para mañana, pensando que tienes mucho tiempo por delante?

2. CONCLUSIONES

La propuesta metodológica expuesta nos lleva a pensar que la solución está más allá: en los orígenes de la matemática, en su naturaleza misma. La Matemática nació para resolver nuestros problemas, sale de nuestra inteligencia de la forma más natural, es inherente a nosotros: es el lenguaje de nuestra mente lógica, una herramienta poderosa en la búsqueda de la Verdad.

Es por eso que no debe ser enseñada ni impuesta: se debe lograr que "brote" de la situación, tal como ha ocurrido a través de los siglos, desde los indios y árabes como Al-Joarizmi, europeos como Tartaglia, Descartes, Gauss, Riemman, y tantos otros. En el contexto de esta reflexión, es preciso dotar de poder explicativo e interpretativo a los mitos, relatos e historias. En ese sentido, es necesario conocer la historia de la Matemática para reproducir y recrear situaciones originales en las aulas de nuestros alumnos.

Bajo esta convicción, la presente metodología para la enseñanza aprendizaje de la matemática, pretende promover la investigación y desarrollo de situaciones claves para liberar la creatividad y lograr la claridad en los conceptos matemáticos tan anhelados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Graves R. (1985), Los Mitos Griegos, ALIANZA EDITORIAL, Madrid España.

Serg Lang (1968) Algebraic Nunmber Theory, Columbia University. New York, New York, EDITORIAL ADDISON-WELEY PUBLISHING COMPANY, INC.

Calvin T (1965), Number Theory. Washinton State Univerity. EDITORIAL D.C. HEATH COMPANY BOSTON

Barnett A. (1969). Elements of number theory. Ohio University, University of Cincinnati. Editorial PRINDLE, WEBER & SCHMIDT, INCORPORATED

Underwood D. (1969). Elementary Number Theory. DePaw University. W.H.Freeman and Company

Kostikova M, Trujillo C. (2002). El desayuno de la Esfinge Leyendas del Número. Ediciones FEPON. Ecuador (Quito).

Pérez M. (2000). Pitágoras Océano Grupo Editorial. España (Barcelona).

Rollo M. (2000). La necesidad del mitos Paidos. España (Barcelona).

ISBN: 978-9962-8979-9-6

RESEÑAS

MARGARITA KÓSTIKOVA

Es de nacionalidad Rusa, radicada en el Ecuador hace 30 años, máster en matemática en la Universidad Estatal Lomonosov De Moscú, se desempeñó como docente en la Escuela Politécnica Nacional del Ecuador, Universidad Central y Escuela Politécnica del Ejército, en la cual fundó la Facultad de Ciencias y trabajó por más de veinte años como docente, dirigiendo trabajos de pre grado y posgrado en temáticas relacionadas con la enseñanza de la matemática con un enfoque mitológico siendo una propuesta pionera e inédita.

Tiene trabajos como autora e editora de varios textos de la serie “Descubre las Matemáticas” dirigida a estudiantes y docentes del nivel de educación media y superior; de igual forma ha trabajado en la revista inédita con el tema “Matemática: una aventura fascinante”.

Actualmente es asesora del proyecto Enfoque mitológico en la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

MARIO CUEVA

Ecuatoriano de nacionalidad, máster en Docencia Matemática por la Universidad Central del Ecuador, se ha desempeñado como docente en los niveles de educación secundaria y superior pregrado y posgrado. Ha trabajado en proyectos de capacitación docente en matemáticas para desarrollar didácticas innovadoras en el aula que mejoren las prácticas de enseñanza de la asignatura con una propuesta que parte de la utilización de la mitología. Ha realizado textos escolares para la editorial NORMA “Matemática viva” dirigido para el nivel de educación básica. Ha trabajado conjuntamente con Margarita Kóstikova en la elaboración de las obras “Las orejas de burro del rey Midas”, “Dalias para una prima”, entre otros. Actualmente se desempeña como docente en la Universidad Tecnológica Equinoccial y en Pontificia Universidad Católica del Ecuador.